I) Igaz – hamis feladatok (40 pont)

Döntsd el, hogy az alábbi állítások közül melyik igaz, és melyik hamis! Ha szükséges, a rendelkezésre álló területen végezz számításokat! Mindig indokold a döntésedet!

1) Légnyomás! (10 pont)

A tapasztalat szerint a Földön a légnyomás a magasság növekedésével csökken, kb. 5500 méterenként megfeleződik.

A) A Mount Blanc-on (a tengerszint felett 4811 m magasságban) a levegő nyomása kisebb, mint a tengerszinten mérhető légnyomás fele.

Hamis, hiszen még nem értük el azt a magasságot, ami fölött a légnyomás kisebb, mint a tengerszinten mért légnyomás fele. (2 p)

....

B) A Mount Everesten (a tengerszint felett 8850 m magasságban) a levegő nyomása kisebb, mint a tengerszinti légnyomás fele.

Igaz, mert magasabban vagyunk, mint 5500 méter. (2 p)

....

....

C) 11 km-rel a tengerszint felett a légnyomás kb. 25 kPa.

Igaz, mert éppen kétszer feleződött meg a tengerszinti nyomás. (2 p)

....

....

D) Azért nevezték el a nyomás mértékegységét Pascalról, mert ő mérte meg először a légnyomás értékét.

Hamis, mert ez Torricelli nevéhez köthető. (2 p)

....

....

E) Próbáld meg megbecsülni, mekkora lehet a nyomás a Kékestetőn!

A Kékestető tengerszint feletti magassága kb. 1000 méter (1014 m). Ez az 5500 méternek 5,5-ed része. Ha feltételeznénk az egyenletes nyomás csökkenést, akkor 1000 méteren a légnyomás a 11-ed részével csökken, vagyis kb. 90 kPa, ami jól közelíti a valóságot. (2 p)

....

2) Kockás erőmérő (10 pont)

Egy kocka alakú testet erőmérőre akasztunk. Az erőmérő által mutatott érték 3,75 N. Ha vízbe mártjuk az erőmérőn lévő testet (úgy, hogy teljes egészében elmerül), akkor az erőmérő 2,5 N-t mutat.

A) A kocka által kiszorított víz tömege egyenlő a kocka tömegének felével.

Hamis, mert a kiszorított víz súlya a felhajtóerővel egyenlő, ami 1,25 N. Ehhez 0,125 kg tömeg tartozik, ami nem fele a kocka 0,375 kg tömegének. (2 p)

....

....

B) A kocka oldaléle kb. 5 cm.

A test térfogata kiszámítható a felhajtóerőből: $V = \frac{F_{fel}}{\rho_{víz} \cdot g} = \frac{1,,25\ \mathrm{N}}{1000\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \cdot 10\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}}} = 1,25 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m}^3 = 125\ \mathrm{cm}^3$. Ez éppen egy 5 cm oldalélű kocka térfogata, vagyis igaz az állítás. (3 p)

....

....

C) A kocka alumíniumból készült, azaz sűrűsége 2,7 $\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$.

$\rho = \frac{m}{V} = \frac{375\ \mathrm{g}}{125\ \mathrm{cm}^3} = 3\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$. Tehát a kocka biztosan nem tiszta alumínium, az állítás hamis. (3 p)

....

....

D) Ha egy vasból készült ugyanekkora kockát merítenénk a vízbe, akkor a rá ható felhajtóerő 1,5 N lenne.

Hamis, mert ugyanannyi vizet szorítana ki a vaskocka is, így a felhajtóerő nem változna. (2 p)

....

....

3) Futás! (10 pont)

Három futó végez futóedzést a 300 méter hosszúságú körpályán. Mindannyian ugyanarról a helyről, egyszerre indultak, és egyenletesen róják a köröket. Az edzőjük megmérte, hogy Béla 15 percenként, Csaba pedig 10 percenként körözi le Aladárt, amikor mindenki azonos irányban fut. Azt is megszámolta, hogy az edzés fél órája alatt Csaba éppen 30 teljes kört tesz meg.

A) Ha Csaba a másik két futóval ellentétes irányban haladna, akkor az egyikükkel fél percenként találkozna.

Csaba percenként tesz meg egy kört. Akkor találkozna egy másik futóval félpercenként, ha az Csabával azonos sebességgel futna ellentétes irányban. De a másik két futó lassúbb, mint Csaba, így az állítás hamis. (3 p)

....

....

B) A leglassúbb futó sebessége 4,5 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Aladár a leglassúbb, akire Csaba éppen három kört ver rá, vagyis 27 kört teljesít fél óra alatt. Az útja 27·300 = 8100 m. A sebessége $v = \frac{s}{t} = \frac{8100\ \text{m}}{1800\ \text{s}} = 4{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Az állítás igaz. (3 p)

....

....

C) Aladár a fél óra alatt 28 teljes kört teljesít.

Hamis, mert 27 kört teljesít. (2 p)

....

....

D) Csaba 30 percenként körözi le Bélát.

Igaz, mert Béla a 30 perc alatt éppen egy körrel tett meg kevesebbet, hiszen 2 körrel tett meg többet, mint Aladár. (2 p)

....

....

4) Falra mászunk (10 pont)

Két fiú egy mászófalon próbálja ki az ügyességét. Az egyik – András, aki 60 kg tömegű – biztosít, a másik – Balázs, aki 50 kg-os - a mászófal kiszögelésein kapaszkodik. A két fiút egy kötél köti össze, amely egy csigán van átvetve. A biztosítókötél Balázs és a csiga között függőlegesen, András és a csiga között ferdén fut (lásd az ábrát).

A) Ha a kötél laza, akkor a talajon álló fiú kb. 500 N erővel nyomja a talajt.

Hamis, mert a talajon álló fiú tömege 60 kg, így 600 N erővel nyomja a talajt. (2p)

....

....

B) Andrásra azért van szükség a mászáshoz, hogyha Balázs nem tudná tartani magát, a kötélen keresztül megakadályozza, hogy lezuhanjon.

Igaz. (2 p)

....

....

C) Előfordulhat, hogy Balázs a falat elengedve megemeli Andrást.

Hamis, mert Balázs tömege kisebb. (2 p)

....

....

D) Ha a falon lévő fiú nem tartja magát és nem is érintkezik a fallal, akkor a súlytalanság állapotába kerül.

Hamis, mert ebben az esetben András tartja a súlyát a kötél segítségével. (2 p)

....

....

E) András kisebb erővel nyomja a talajt, ha Balázs – megfeszített kötél mellett – egyenletesen ereszkedik lefelé.

Igaz, hiszen a kötelet 500 N erő feszíti, ami biztosan csökkenti András mérhető súlyát. (2 p)

....

....

II) Számítási feladatok (40 pont)

1) Autópályán (20 pont)

Két várost (*A* és *B*) 522 km hosszú, egyenesnek tekinthető autópálya köt össze. Az *A* városból induló autóbusz 2 órán keresztül 20 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ nagyságú sebességgel, majd útjának következő, 270 km hosszúságú szakaszát – továbbra is egyenletesen mozogva – 3 óra alatt tette meg.

a) Mennyi volt az autóbusz teljes menetideje, ha a *B*-ig hátralevő útszakaszon 54 $\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ nagyságú, állandó sebességgel haladt?

b) Az autóbusz vezetője a *B* városban 1 órát pihent, majd az utasokat felvéve elindult *A* felé. A reggeli indulás helyétől mérve mekkora lesz a jármű elmozdulása abban a pillanatban, amikor már 8 órája, 65,25 $\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ nagyságú sebességgel, egyenletesen haladt *A* felé?

c) Mekkora volt az autóbusz teljes útra vonatkozó átlagsebessége?

Megoldás:

a) A busz az első két órában $s_1 = v_1 \cdot t_1 = 20\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 7200\mathrm{s} = 144\ \mathrm{km}$ utat tesz meg. (3 p)

A második szakaszon az út hossza 270 km, így a harmadik úthossz 522 – 144 – 270 = 108 km. Itt a menetidő: $t_3 = \frac{s_3}{v_3} = \frac{108\ \mathrm{km}}{54\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}} = 2\ \mathrm{h}$ (3 p). A teljes menetidő: $t_1 + t_2 + t_3 = 2 + 3 + 2 = 7\ h.$ (1 p)

b) A visszafelé megtett út: $s = v \cdot t = 65{,}25\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} \cdot 8\mathrm{h} = 522\ \mathrm{km}$. (3 p). Mivel visszafelé jött, ezért a teljes elmozdulás éppen nulla, visszaért A-ba! (3 p)

c) Az átlagsebesség: $v_{átlag} = \frac{s_{összes}}{t_{összes}} = \frac{2 \cdot 522\ \mathrm{km}}{7\ \mathrm{h} + 1\ \mathrm{h} + 8\ \mathrm{h}} = 65{,}25\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$. (7 p)

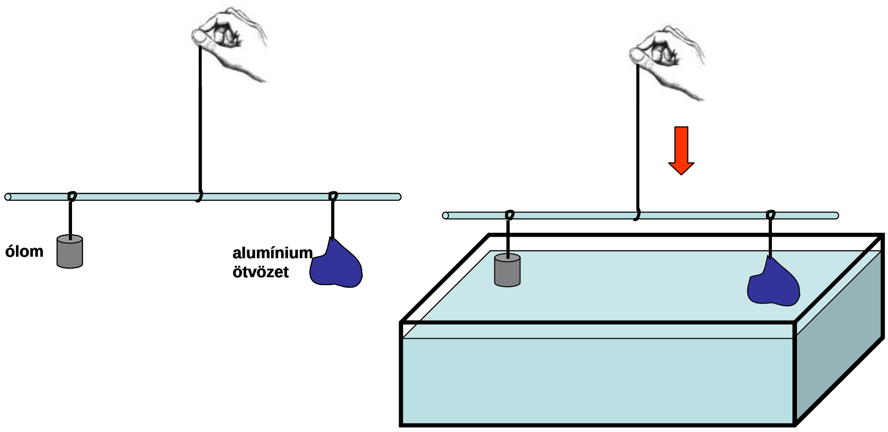
2. Egyensúlyban (20 pont)

Közepén rögzített fonálon tartott, 35 cm hosszúságú hurkapálca bal oldali felére egy 50 gramm tömegű ólomhengert, jobb oldalára pedig egy alumíniumötvözetből készült nehezéket akasztunk fel rövid cérnadarabkákkal az ábra szerint. Azt tapasztaljuk, hogy ha mindkét test a pálca középpontjától 15 cm távolságban van felfüggesztve, akkor a pálca vízszintes állásban, nyugalomban van.

a) Ha a két testet teljesen vízbe merítjük, merrefelé billen el a pálca? Miért?

b) Hogyan lehetne ismét vízszintes helyzetbe hozni a pálcát az ólomhenger, vagy az alumínium-ötvözetből készült nehezék felfüggesztési pontjának megváltoztatásával? (Egyszerre csak az egyik test helyét szabad megváltoztatni!)

Az ólom sűrűsége 11340 $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, pontosan négyszer akkora, mint az alumínium-ötvözeté. A víz sűrűsége 1000 $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.



Megoldás:

a) A kezdő állapotban a két test által kifejtett forgatónyomaték egyforma. (1 p)
Mivel a két erőkar egyforma, így a két test súlya is egyenlő, 0,5 N. (1 p)
Ha a levegőben fellépő felhajtóerőt elhanyagoljuk, akkor azt mondhatjuk, hogy a két test tömege is egyforma. (1 p) Ebből az következik, hogy a négyszer nagyobb sűrűségű ólom test térfogata csak negyede a másikénak. (1 p)
Vízbe merítve őket a testeket rögzítő kötélben fellépő erő a nehézségi és a felhajtóerő különbségével egyenlő. (Ezt rajzban is elég megadni. 1 p)
A felhajtóerő a test térfogatával egyenesen arányos, ezért az alumínium testre négyszer akkora hat. (1 p). A felhajtóerő csökkenti a kötélerőt, vagyis az alumíniumnál jobban lecsökken, mint az ólomnál. Ezért felborul az egyensúly, az ólomhenger felé billen a rendszer. (2 p)

b) Ismét vízszintes helyzetbe kerül a pálca, ha a felfüggesztő kötélerők forgatónyomatékai újra egyenlők lesznek. (1 p). Ezt úgy érhetjük el, hogy a kisebb kötélerőt létrehozó alumínium testet távolítjuk a rúd felfüggesztési pontjától, ezzel megnövelve az erőkarját, vagy az ólomhengert közelítjük a rúd felfüggesztési pontjához, ezzel csökkentve az erőkarját. (2 p)

A testek térfogata kiszámítható: $V_{ólom} = \frac{m_ó}{\rho_ó} = \frac{50\text{ g}}{11{,}34\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} = 4{,}41\text{ cm}^3$, míg az alumíniumé négyszer ekkora: $V_{alu} = 17{,}64\text{ cm}^3$ (1 + 1 p)

A testekre ható felhajtóerő:

$$F_{f,ólom} = \rho_{víz} \cdot V_{ólom} \cdot g = 1000\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0{,}00000441\text{m}^3 \cdot 10\frac{\text{N}}{\text{kg}} = 0{,}0441\text{ N}$$

$F_{f,alu} = 4 \cdot F_{f,ólom} = 0{,}1764\text{ N}$ (2 + 2 p)

Ha az első esetet valósítjuk meg:
a forgatónyomatékok egyensúlya alapján:
$(0{,}5\ \mathrm{N} - 0{,}0441\ \mathrm{N}) \cdot 15\ \mathrm{cm} = (0{,}5\ \mathrm{N} - 0{,}1764\ \mathrm{N}) \cdot k_{alu}$
Amiből $k_{alu} = 21{,}1$ cm (3 p)
vagy
Ha a második esetet valósítjuk meg:
a forgatónyomatékok egyensúlya alapján:
$(0{,}5\ \mathrm{N} - 0{,}0441\ \mathrm{N}) \cdot k_{ólom} = (0{,}5\ \mathrm{N} - 0{,}1764\ \mathrm{N}) \cdot 15\mathrm{cm}$
Amiből $k_{ólom} = 10{,}65$ cm (3 p)