

2. Melyik a nagyobb? (12 pont)

Tedd ki a leírt mennyiségek közé a megfelelő relációs jelet (<, >, =)! Állításodat minden esetben számítással indokold!

1. mennyiség	reláció	2. mennyiség
A 80 gramm tömegű test sűrűsége, amely 10 cm ³ térfogatú vizet szorít ki, amikor teljesen vízbe merül.	>	Az 5 liter térfogatú, 39 kg tömegű test sűrűsége.
$\rho = \frac{m}{V} = 8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 8000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$		$\rho = \frac{39 \text{ kg}}{5 \text{ dm}^3} = 7,8 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} = 7800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
A 3,5 méter sugarú körpályán mozgó kisautó elmozdulása fél kör megtétele során.	<	Az egyenes vonalban 12 cm/s sebességgel mozgó kisvasút elmozdulása 1 perc alatt.
$\Delta r = 2r = 7 \text{ m}$		$\Delta r = 0,12 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 60 \text{ s} = 7,2 \text{ m}$
A futó átlagsebessége, aki 600 méteres útjának első felét 10 m/s-mal, a második felét 6 m/s-mal tette meg.	<	Egy kerékpáros végsebessége, aki 4 m/s kezdősebességgel indul, és 2 m/s ² gyorsulással 2 másodpercig gyorsít.
$v_{\text{átl}} = \frac{s}{t_1 + t_2} = \frac{600 \text{ m}}{30 \text{ s} + 50 \text{ s}} = 7,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$		$\Delta v = a \cdot \Delta t = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \rightarrow v = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
Annak a 2 kg tömegű, kezdetben nyugalomban lévő kiskocsinak a sebessége, amelyet 10 másodpercen keresztül 5 N erővel húzunk vízszintes, súrlódásmentes felületen.	>	A Szeged és Budapest között közlekedő gyorsvonat átlagsebessége, amely a 191 km utat 2,5 óra alatt teszi meg.
$a = \frac{F}{m} = \frac{5 \text{ N}}{2 \text{ kg}} = 2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ $v = a \cdot t = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$		$v = \frac{s}{t} = \frac{191 \text{ km}}{2,5 \text{ h}} = 76,4 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ $v = 21,2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

3. Hogyan segíthet a telefon a fogyásban? (18 pont)

Egy telefonos alkalmazás (applikáció) szerint a testem nyugalmi állapotban óránként 75 kcal energiát fogyaszt, és erre minden körülmények között szüksége van (alap). A reggeli 10 perces séta alatt az alapon felül 58 kcal energiát használtam el. 25 pernyi kerékpározással viszont az alapon felül 157 kcal energiát használt fel a szervezetem. A kedvenc csokiszeletem 30 gramm tömegű, és a csomagoláson található felirat szerint 100 gramm energiátartalma 2295 kJ. 1 kcal (kilokalória) 4180 J (joule) energiát jelent SI-mértékegységben.



- Egy szelet csoki energiáját mennyi idő alatt használom el, ha sétálok, ha kerékpározok, vagy ha csak pihenek?
- Az egyik délután 70 percet sétáltam, fél órát pihentem, majd egy órát kerékpároztam. Hány szelet csoki fedezné az energiaszükségletemet?
- Mennyi ideig kellene kerékpároznom, hogy a szervezetem 1 kg zsírtól megszabaduljon, ha 1 kg zsír lebontása 7000 kcal energiát igényel.

Megoldás

a) Egy szelet csoki energiátartalma: $E_1 = 0,3 \cdot 2295 \text{ kJ} = 688,5 \text{ kJ}$, ami $\frac{688,5 \text{ kJ}}{4,18 \text{ kJ}} = 164,7 \text{ kcal}$.

A sétálás időtartama: $t_s = \frac{164,7 \text{ kcal}}{58 \text{ kcal} + \frac{75 \text{ kcal}}{6}} \cdot 10 \text{ perc} = \mathbf{23,36 \text{ perc}}$,

a kerékpározásé: $t_k = \frac{164,7 \text{ kcal}}{157 \text{ kcal} + 75 \text{ kcal} \cdot \frac{25}{60}} \cdot 25 \text{ perc} = \mathbf{21,87 \text{ perc}}$,

míg a pihenésé: $t_p = \frac{164,7 \text{ kcal}}{75 \text{ kcal}} \cdot 60 \text{ perc} = \mathbf{131,76 \text{ perc}}$. (8 pont)

b) A gyaloglás közben 70 perc alatt felhasznált energia: $E_s = (58 \text{ kcal} + \frac{75 \text{ kcal}}{6}) \cdot \frac{70 \text{ min}}{10 \text{ min}} = 493,5 \text{ kcal}$

A kerékpározás közben 1 óra alatt felhasznált energia $E_k = (157 \text{ kcal} + 75 \text{ kcal} \cdot \frac{25}{60}) \cdot \frac{60}{25} = 451,8 \text{ kcal}$

A fél óra pihenés közben elhasznált energia: $E_p = \frac{75 \text{ kcal}}{2} = 37,5 \text{ kcal}$

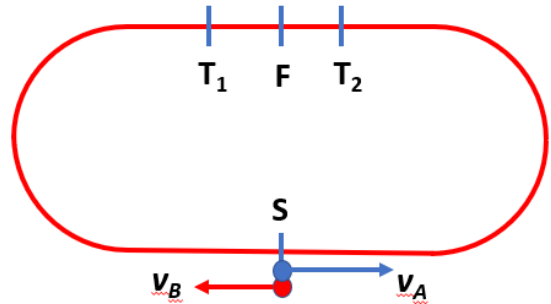
A teljes energiafogyasztás: $E_{\text{összes}} = E_s + E_k + E_p = 982,8 \text{ kcal}$, amit $\frac{982,8 \text{ kcal}}{164,7 \text{ kcal}} \approx \mathbf{6 \text{ szelet}}$ csoki energiája fedez. (8 pont)

c) A zsírbontásra szükséges idő $t = \frac{7000 \text{ kcal}}{451,8 \text{ kcal}} \approx \mathbf{15,5 \text{ óra}}$. (2 pont)

4. Iskolai futónap. (18 pont)

Az alsóvárosi Szabadság-téren található futópálya 314,5 méter hosszú. András és Béla itt készülnek az iskolai 2000 méteres futásra, de különböző taktikával. András szeretné egyenletesen végig futni a távot, és ezt az állandó sebességű futást gyakorolja. Béla viszont azt tervezi, hogy a táv első felét lassabban, majd a második felét gyorsabban futja le, így Béla kétféle, eltérő sebességű futást gyakorol.

Amikor már úgy érezték, hogy képesek a kívánt tempóban kitartóan haladni, kíváncsiak lettek, hogy mekkora sebességű a begyakorolt futásuk. Ezért megmérték, hogy a starttól (S pont) egyszerre indulva, és ellentétes irányban futva mennyi idő alatt és hol találkoznak. Azt találták, hogy amikor Béla a kisebb sebességével futott, akkor az ábrán jelölt T_1 pontban a félpályától (F pont) 9,25 méterre találkoztak 37 másodperc múlva. Ha Béla a nagyobb sebességével haladt, akkor pedig a T_2 pontban találkoztak, a félpályától 8,25 méterre.



- Hány $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ volt a fiúk sebessége a két esetben? (Eredményeidet egész számra kerekítve add meg!)
- Ha a starttól egyirányba indulnak, akkor hány kör megtétele után, és a pálya melyik pontjában körözi le András a kisebb sebességével futó Bélát?
- Eljött az iskolai futónap, és a két fiúnak sikerült a tervek szerint lefutnia a távot. Melyikük ért el jobb időt, és mennyivel? Hány méterrel előzte meg a jobb időt elérő fiú a másikat?

Megoldás:

a) A T_1 pontig András útja: $s_{A1} = \frac{314,5 \text{ m}}{2} + 9,25 \text{ m} = 166,5 \text{ m}$, így sebessége:

$v_A = \frac{166,5 \text{ m}}{37 \text{ s}} = 4,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, míg Bélánál $s_{B1} = \frac{314,5 \text{ m}}{2} - 9,25 \text{ m} = 148 \text{ m}$, így Béla kisebb sebessége: $v_{B1} = \frac{148 \text{ m}}{37 \text{ s}} = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. (4 pont)

A T_2 pontig András útja: $s_{A2} = \frac{314,5 \text{ m}}{2} - 8,25 \text{ m} = 149 \text{ m}$, így a találkozásig eltelt idő:

$t_2 = \frac{s_{A2}}{v_A} = \frac{149 \text{ m}}{4,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \approx 33,1 \text{ s}$. Béla útja: $s_{B2} = 314,5 \text{ m} - 149 \text{ m} = 165,5 \text{ m}$, és ebből a nagyobb sebessége: $v_{B2} = \frac{165,5 \text{ m}}{33,1 \text{ s}} \approx 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. (4 pont)

b) A fiúk relatív sebessége: $v_{rel} = v_A - v_{B1} = 0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, amivel $t = \frac{314,5 \text{ m}}{0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 629 \text{ s}$ idő alatt körözi le András Bélát. Ez idő alatt András útja: $s_A = v_A \cdot t = 4,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 629 \text{ s} = 2830,5 \text{ m}$, ami pontosan **9 környi** hosszúság. Vagyis éppen a **startnál éri utol** Bélát. (5 pont)

c) András ideje: $t_A = \frac{2000 \text{ m}}{4,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 444,4 \text{ s} = 7 \text{ perc } 24,4 \text{ másodperc}$, míg Béla futásának ideje:
 $t_B = \frac{1000 \text{ m}}{4 \frac{\text{m}}{\text{s}}} + \frac{1000 \text{ m}}{5 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 450 \text{ s} = 7 \text{ perc } 30 \text{ másodperc}$. Így András futott jobb időt **5,6 másodperccel**, és $\Delta s = v_A \cdot \Delta t = 4,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 5,6 \text{ s} = \mathbf{25,2 \text{ m}}$ -rel Béla előtt ért célba. (5 pont)