

2. Melyik a nagyobb? (12 pont)

Tedd ki a leírt mennyiségek közé a megfelelő relációs jelet (<, >, =)! Állításodat minden esetben számítással indokold!

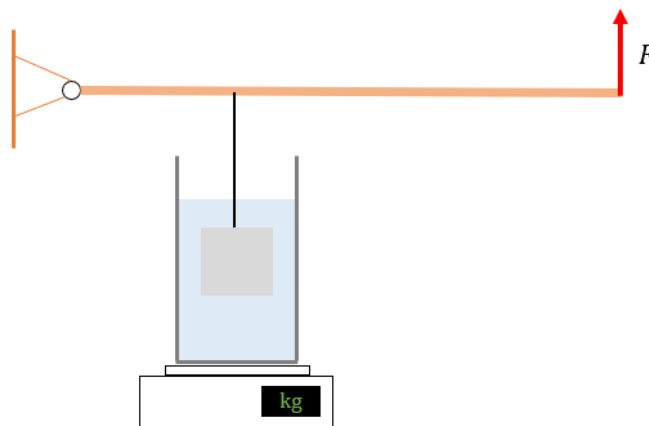
1. mennyiség	reláció	2. mennyiség
Ennyi energiát fogyaszt egy 60 W-os hagyományos izzó, ha 4 órán keresztül világít.	>	Ennyi energiát vesz fel az elektromos hálózatból az 1,2 kW teljesítményű porszívó 10 perces takarítás alatt.
$E = 0,060 \text{ kW} \cdot 4 \text{ h} = 0,24 \text{ kWh}$		$E = 1,2 \text{ kW} \cdot 1/6 \text{ h} = 0,2 \text{ kWh}$
Az 24 kg tömegű négylábú asztal egyik lába által a tatra kifejtett nyomás, ha a lábak 5 cm élhosszúságú, négyzet alakú felületen érintkeznek a talajjal.	=	A 2,4 méter magasságú vízoszlop hidrosztatikai nyomása.
$p = \frac{F}{A} = \frac{60 \text{ N}}{25 \text{ cm}^2} = 2,4 \frac{\text{N}}{\text{cm}^2} = 24000 \text{ Pa}$		$p = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot 2,4 \text{ m} = 24000 \text{ Pa}$
Egy 2 kg tömegű, kezdetben nyugalomban lévő kiskocsi sebessége, amelyet 10 másodpercen keresztül 5 N erővel húzunk vízszintes, súrlódásmentes felületen.	>	A Szeged és Budapest között közlekedő gyorsvonat átlagsebessége, amely a 191 km utat 2,5 óra alatt teszi meg.
$a = \frac{F}{m} = \frac{5 \text{ N}}{2 \text{ kg}} = 2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ $v = a \cdot t = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$		$v = \frac{s}{t} = \frac{191 \text{ km}}{2,5 \text{ h}} = 76,4 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ $v = 21,2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
A 140 gramm tömegű test sűrűsége, amely 10 cm ³ térfogatú vizet szorít ki, amikor a fele a vízbe merül.	<	Az 15 liter térfogatú, 117 kg tömegű test sűrűsége.
$\rho = \frac{m}{V} = \frac{140 \text{ g}}{20 \text{ cm}^3} = 7000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$		$\rho = \frac{117 \text{ kg}}{15 \text{ dm}^3} = 7,8 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} = 7800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

3. Maradjunk egyensúlyban! (18 pont)

A 300 g tömegű, 1 m hosszúságú, egyenletes tömegeloszlású rúd az egyik végén levő tengely körül könnyen elfordulhat. A vízszintes helyzetben tartott rúdra a tengelytől 30 cm-re egy fonalat függesztünk, melyre 2,7 kg tömegű, alumíniumból (sűrűsége $2,7 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$) készült hasábot akasztunk úgy, hogy a hasáb teljes térfogatával vízbe merül. A víz (sűrűsége $1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$) egy 2 dm^2 alapterületű, 1 kg tömegű, kellően magas falú edényben található, melyben a hasáb behelyezése előtt 15 cm magasan állt a víz. Az edény egy mérlegen foglal helyet. A rendszer egyensúlyban van.

- Mekkora az edényben lévő víz tömege?
- Mekkora erő feszíti a fonalat?
- Mekkora tömeget mutat a mérleg?
- Mekkora, a rúd végpontjában támadó, függőlegesen felfelé mutató F erővel tudjuk vízszintes helyzetben tartani a rudat?

Számításaidban a szabadesés gyorsulását $10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ nagyságúnak veheted.



Megoldás.

$$m_r = 300 \text{ g} = 0,3 \text{ kg}$$

$$l = 1 \text{ m}$$

$$d = 30 \text{ cm} = 0,3 \text{ m}$$

$$m_{Al} = 2,7 \text{ kg}$$

$$\rho_{Al} = 2,7 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 2,7 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} = 2700 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\rho_v = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 1 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

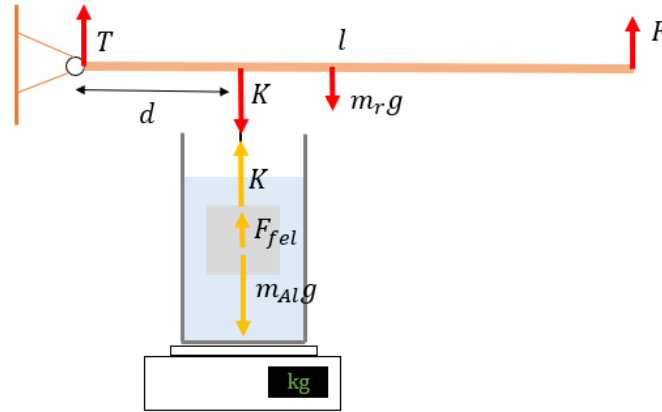
$$m_e = 1 \text{ kg}, A = 2 \text{ dm}^2$$

$$h_v = 15 \text{ cm} = 1,5 \text{ dm}$$

a) Az edényben lévő víz tömege:

$$m_v = \rho_v \cdot V_v = \rho_v \cdot A \cdot h_v = 1 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \cdot 2 \text{ dm}^2 \cdot 1,5 \text{ dm} = \mathbf{3 \text{ kg}} \text{ (3 pont)}$$

b) Az alumínium hasáb egyensúlyban van, azaz a rá ható erők kiegyenlítik egymást, vagyis a fonalat feszítő K erő a gravitációs erőnek és a felhajtóerőnek a különbsége, $K = m_{Al} \cdot g - F_{fel}$.



A felhajtóerő nagysága a kiszorított folyadék súlya, azaz $F_{fel} = \rho_v \cdot V_{be} \cdot g$. Most a beemerülő térfogatrész a hasáb teljes térfogata:

$$V_{be} = V_{Al} = \frac{m_{Al}}{\rho_{Al}} = \frac{2,7 \text{ kg}}{2700 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 10^{-3} \text{ m}^3 = 1 \text{ dm}^3$$

így a felhajtóerő nagysága:

$$F_{fel} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 10 \text{ N}$$

A kötélen ébredő erő nagysága pedig:

$$K = 27 \text{ N} - 10 \text{ N} = \mathbf{17 \text{ N}} \text{ (5 pont)}$$

c) A mérlegre a víz és az edény együttes súlya, valamint a felhajtóerő hat (hatás-ellenhatás törvénye miatt). Így az általa mutatott tömeg:

$$m = \frac{G_{viz} + G_{edény} + F_{fel}}{g} = \frac{30 \text{ N} + 10 \text{ N} + 10 \text{ N}}{10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}} = \mathbf{5 \text{ kg}}. \text{ (4 pont)}$$

(A felhajtóerő helyett a vízszint emelkedéséből származó hidrosztatikai nyomás növekedésével is számolhatunk.)

d) A rúd egyensúlyban van, azaz a tengelyre vonatkozó forgatónyomatékok kiegyenlítik egymást, tehát az F erő forgatónyomatéka megegyezik a rúdra ható gravitációs erő és a kötélerő forgatónyomatékának összegével, amiből:

$$F \cdot l = m_r g \cdot \frac{l}{2} + K \cdot d \Rightarrow F = \frac{m_r g \cdot \frac{l}{2} + K \cdot d}{l} = \frac{3 \text{ N} \cdot 0,5 \text{ m} + 17 \text{ N} \cdot 0,3 \text{ m}}{1 \text{ m}} = \mathbf{6,6 \text{ N}}$$

(6 pont)

4. Most aztán jól befűtünk! (18 pont)

A méterenként $2,5 \Omega$ ellenállású fémhuzalból olyan fűtőszálat szeretnénk készíteni, amelyet a 230 V feszültségű hálózatra kapcsolva $1,5$ liter víz hőmérsékletét 9 perc alatt $20 \text{ }^\circ\text{C}$ -ról $80 \text{ }^\circ\text{C}$ -ra tudjuk megnövelni. A melegítés hatásfokát 90% -nak becsüljük. A víz fajhője $4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot^\circ\text{C}}$.

- Mekkora a fűtőszál által felvett elektromos teljesítmény?
- Milyen hosszúságú fémhuzalra van szükségünk?
- Hány perccel tartana tovább a melegítés, ha a feszültség 10% -kal kisebb lenne?

Feltételezzük, hogy a fűtőszál ellenállása – a kis hőmérsékletváltozás miatt – állandó marad.

Megoldás.

$$U = 230 \text{ V}$$

$$m = 1,5 \text{ kg}$$

$$t = 9 \text{ perc} = 540 \text{ s}$$

$$\Delta T = 60 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$\eta = 90\% = 0,9$$

$$c = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot^\circ\text{C}}$$

a) A víz melegítéséhez szükséges (hő)energia:

$$Q = c \cdot m \cdot \Delta T = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot^\circ\text{C}} \cdot 1,5 \text{ kg} \cdot 60 \text{ }^\circ\text{C} = 378000 \text{ J}$$

A fűtőszál által felvett elektromos teljesítmény:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{Q/\eta}{t} = \frac{378000 \text{ J}}{0,9 \cdot 540 \text{ s}} = 777,8 \text{ W (6 pont)}$$

b) A fűtőberendezés ellenállása:

$$P = \frac{U^2}{R} \Rightarrow R = \frac{U^2}{P} = \frac{(230 \text{ V})^2}{777,8 \text{ W}} = 68 \Omega$$

Az ekkora ellenállású fémhuzal hossza:

$$l = \frac{68 \Omega}{2,5 \frac{\Omega}{\text{m}}} = 27,2 \text{ m (6 pont)}$$

c) A berendezés új teljesítménye:

$$P_{új} = \frac{(230 \text{ V} \cdot 0,9)^2}{68 \Omega} = 630 \text{ W}$$

Ezzel kiszámíthatjuk az új melegítési időt:

$$t_{új} = \frac{Q}{\eta \cdot P_{új}} = \frac{378000 \text{ J}}{0,9 \cdot 630 \text{ W}} = 667 \text{ s}$$

Ez az eredeti 540 s-nál 127 s-mal, vagyis **2,1 perccel** több. (6 pont)